

Prognozowanie inflacji w Polsce na podstawie modeli autoregresji wektorowej¹

Prognozowanie wartości inflacji jest kwestią kluczową w prowadzeniu skutecznej polityki pieniężnej. Nie oznacza to jednak, że bank centralny jest jedynym odbiorcą informacji dotyczących przyszłego kształtowania się cen. Prognozy inflacji są wykorzystywane zarówno przez przedsiębiorstwa do opracowywania strategii inwestycyjnej, jak i przez inwestorów na rynkach kapitałowych. Wpływ ten jest szczególnie istotny w konstrukcji portfela inwestycyjnego opartego na konkretnych instrumentach finansowych. Wielkość inflacji ma wpływ zarówno na zyski z obligacji, jak i na koszt zaciągnięcia kredytu. Te zależności są szczególnie związane z wysokością stóp procentowych ustalanych przez bank centralny, co niejako zamyka ten krąg powiązań. Równie istotne wnioski z prognoz inflacji wyciągnąć mogą instytucje związane z obsługą świadczeń emerytalnych. Przy założeniu indeksacji emerytur opartej na stopie inflacji, znajomość przyszłych wartości cen ma bardzo istotne znaczenie w planowaniu budżetu krajowego na kolejne lata.

W przedstawionym badaniu wykorzystano wektorowe modele autoregresyjne (*vector autoregression* — VAR) w celu przetestowania, która z teorii powstawania inflacji jest najlepszym punktem wyjścia do prognozowania zmienności cen. Następnie, w celu sprawdzenia stabilności otrzymanych wyników, przeprowadzono analizę na trzech szeregach czasowych różniących się długością.

W artykule omówiono wcześniejsze badania wykorzystujące metodologię VAR w prognozowaniu inflacji *CPI* dla Polski; przybliżono teorie powstawania inflacji oraz przedstawiono odpowiednie zmienne wykorzystane w modelach; opisano konstrukcję modeli VAR oraz na ich podstawie koncepcję prognozowania.

WCZEŚNIEJSZE BADANIA

Modele VAR, ze względu na swoje dobre własności prognostyczne, są szeroko wykorzystywane w badaniach empirycznych.

Głównym punktem odniesienia opracowania jest publikacja A. Przybylskiej-Mazur (2013), w której autorka stosuje m.in. modele VAR do prognozowania inflacji oraz wskazuje na rolę prognoz w polityce pieniężnej. W opisanym przez autorkę badaniu wykorzystano dane miesięczne wskaźnika inflacji *CPI* z okresu od stycznia 2004 r. do marca 2011 r. Dodatkowo do zbioru zmiennych modelu włączono: stopę referencyjną (wartości z końca miesiąca), WIG (również wartości

¹ Autor pragnie złożyć serdeczne podziękowania drowi Pawłowi Baranowskiemu za naukowe wsparcie przy pisaniu artykułu.

z końca miesiąca), dynamikę produkcji przemysłowej, kurs walutowy (euro) oraz podaż pieniądza *M3*. Okres opracowanych prognoz wynosił od 1 do 5 miesięcy. Wyniki zestawiono z modelami autoregresyjnymi i autokowariancyjnymi dla wskaźnika inflacji oraz z tradycyjnym modelem VAR polityki pieniężnej, zawierającym wskaźnik inflacji, stopę procentową oraz dynamikę produkcji przemysłowej. Spośród wykorzystanych metod najlepsze wyniki otrzymano dla modelu autokowariancyjnego. Autorka podkreśla jednak, że wszystkie modele stanowią skuteczne narzędzie do prognozowania wartości wskaźnika inflacji i mogą być uznane za konkurencyjne względem innych metod prognozowania.

Poza tym o wykorzystywaniu metodologii VAR w prognozowaniu dynamiki cen traktowało badanie P. Baranowskiego, M. Mazurek, M. Nowakowskiego i M. Raczko (2010). Autorzy posłużyli się indeksem inflacji *CPI* oraz jego dwunastoma komponentami, wykorzystując dane o częstotliwości kwartalnej z okresu I 1999 r.—IV 2008 r. Zmienne modelowane były za pomocą modeli VAR oraz jednorównaniowych modeli szeregów czasowych. Choć badanie skoncentrowane było na prognozowaniu szeregów agregatowych i ich składowych, to niektóre jego wyniki przyniosły również istotne przesłanie dotyczące skuteczności modeli VAR. Autorzy oceniają, że w miarę wydłużania okresu prognoz modele VAR zyskują przewagę nad innymi stosowanymi metodami.

Przykład wykorzystania metodologii VAR w charakterze modelu *benchmarkowego* do porównań innych metod prognostycznych podaje artykuł P. Baranowskiego i A. Leszczyńskiej (2011). Modele VAR użyte przez autorów składały się z dwóch równań uwzględniających jako regresory stopę inflacji *CPI* oraz przyrost jednostkowych kosztów pracy. Wykorzystane modele w krótkim okresie generowały równie dobre lub lepsze prognozy w stosunku do reszty modeli tworzonych przez autorów.

ZARYS TEORII I WYKORZYSTANE DANE

W badaniu podjęto próbę spojrzenia na teorie powstawania inflacji. W artykule skupiono się na trzech głównych teoriach powstawania inflacji:

- monetarystycznej,
- popytowej,
- kosztowej.

Teoria monetarystyczna

Współcześnie klasyczną teorię monetarystyczną kojarzy się z noblistą Miltonem Friedmanem, który stwierdził, że: *Inflacja jest zawsze i wszędzie zjawiskiem pieniężnym*². Wynika z tego, że to podaż pieniądza jest głównym czynnikiem

² Friedman (1963), s. 29.

decydującym o uruchomieniu i rozwoju inflacji³. Teoria monetarystyczna zakłada egzogeniczność podaży pieniądza jako czynnika wywołującego inflację⁴. Oznacza to, że za inflację odpowiedzialna jest polityka monetarna państwa. Naruszenie równowagi monetarnej poprzez zwiększenie podaży pieniądza na rynku skutkuje wzrostem inflacji. Ponadto teoria odrzuca założenie o egzogeniczności szybkości obiegu pieniądza⁵. Monetaryści wykazali, że czynniki mające wpływ na szybkość obiegu pieniądza są względnie stabilne⁶. Istotnym elementem teorii monetarystycznej jest również założenie, że pieniądz może stymulować gospodarkę w krótkim okresie, jednak w długim okresie wzrost produkcji jest zależny wyłącznie od sfery realnej (oszczędności, inwestycji). Zjawisko to zwane jest długookresową neutralnością pieniądza.

Poglądy głoszone przez szkołę monetarystyczną wiodą do stwierdzenia, że tylko nieskrępowany mechanizm wolnorynkowy wiedzie do stabilnego wzrostu gospodarki, a najskuteczniejszym sposobem przeciwdziałania inflacji jest dostosowanie tempa wzrostu podaży pieniądza do wzrostu produkcji realnej.

Teoria popytowa

Popytowa teoria inflacji jest ściśle związana z koncepcją luki inflacyjnej opracowaną przez Johna Maynarda Keynesa. Polega ona na tym, że przy nagłym wzroście jednego ze składników popytu finalnego (np. wydatków państwa) pojawi się popyt niezaspokojony, tzn. nadwyżka popytu nad podażą. Tak więc przy stosunkowo małej podaży będzie silnie działać mechanizm wolnorynkowy, przejawiający się wzmożoną aktywnością nabywców. Mechanizm ten przy braku barier administracyjnych poprowadzi do wzrostu cen. Dalszym efektem tego procesu będzie wzrost dochodów przedsiębiorców, a co za tym idzie spadek realnych płac osób zatrudnionych⁷. W przypadku silnego dążenia grup zawodowych do waloryzacji ich płac realnych będziemy mieli do czynienia z rozwinięciem pojęcia luki inflacyjnej do popytowej teorii inflacji (*demand-pull inflation*). Rezultatem opisanych zjawisk może być pojawienie się spirali inflacyjnej widocznej w zwiększaniu się poziomu cen. Warto podkreślić, że teoria popytowa zakłada całkowite wykorzystanie mocy wytwórczych oraz ewentualne opóźnienia w procesach dostosowawczych.

Teoria kosztowa

Znana jest ona również jako koncepcja inflacji pchanej przez koszty (*cost-push inflation*). Teoria ta podkreśla wpływ rosnących kosztów produkcji na tendencję do wzrostu ogólnego poziomu cen⁸. Podwalin tej teorii doszukiwać się

³ Kołodko (1987), s. 20.

⁴ Pollok (2000), s. 10.

⁵ Begg, Fischer, Dornbusch (2007), s. 214.

⁶ Kwiatkowski (2005), s. 419.

⁷ Welfe (1993), s. 16.

⁸ Kołodko (1987), s. 23.

można w doświadczeniach krajów rozwiniętych z lat 50. ub. stulecia, kiedy to inflacja zaczęła sięgać poziomu dwucyfrowego, pomimo niepełnego wykorzystania mocy wytwórczych (pojawienie się bezrobocia). Zjawiska tego nie można było wyjaśnić na podstawie teorii popytowej, toteż zaczęto doszukiwać się źródła tak wysokiej inflacji we wzroście szeroko pojętych kosztów wytworzenia⁹. Zaliczano do nich koszty wynagrodzeń dla pracowników, które rosnąc powodują inflację oraz wzrastające ceny dóbr i surowców (w tym importowanych). Warto wspomnieć, że inflację kosztową generują również różnego rodzaju monopole krajowe lub zagraniczne (np. ceny ropy naftowej)¹⁰, które wykorzystując pozycję monopolisty i chcąc zwiększyć zysk podnoszą ceny wytwarzanych dóbr bez względu na wielkość popytu na nie.

Opisane teorie będą odzwierciedlone w modelach ekonometrycznych przy pomocy trzech zmiennych makroekonomicznych:

- podaż pieniądza *M3*,
- sprzedaż detaliczna towarów według rodzajów działalności przedsiębiorstwa,
- przeciętne wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw.

Podaż pieniądza M3

Dane na temat pierwszej zmiennej pobrano ze strony internetowej NBP. Zestawienie *Podaż pieniądza M3 i czynniki jego kreacji* podaje w ujęciu miesięcznym podaż agregatu pieniężnego *M3*. Agregat ten zawiera podaż: gotówki w obiegu, depozytów na żądanie, depozytów terminowych oraz dłużnych papierów wartościowych (obligacji) z terminem pierwotnym wykupu do 2 lat. Na podstawie tych danych obliczono wskaźniki dynamiki, przyjmując jako 100 analogiczny okres roku poprzedniego.

Sprzedaż detaliczna towarów według rodzajów działalności przedsiębiorstwa

Dane w cenach stałych pobrano z bazy GUS jako miesięczne wskaźniki z analogicznym okresem roku poprzedniego=100. Odwołując się do definicji GUS można stwierdzić, że zmienna ta zawiera sprzedaż towarów własnych i komisowych (nowych i używanych) w punktach sprzedaży detalicznej, placówkach gastronomicznych oraz innych punktach (np. sklepy, magazyny) w ilościach wskazujących na zakup dla potrzeb indywidualnych nabywców¹¹. Dodatkowo warto podkreślić, że sprzedaż detaliczna przedstawiona jest w cenach realizacji, czyli cenach faktycznie płaconych przez konsumentów, łącznie z podatkiem od towarów i usług (VAT).

⁹ Welfe (1993), s. 17.

¹⁰ Pollok (2000), s. 12.

¹¹ www.stat.gov.pl — zbiór wybranych definicji pojęć społeczno-ekonomicznych z zakresu rynku wewnętrznego.

Średnie wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw

Informacje zaczerpnięto z publikacji GUS *Zatrudnienie...* (2011) oraz z biuletynów statystycznych. Dane obejmują podmioty działające zarówno w sektorze prywatnym, jak i publicznym. Na podstawie tych danych policzono wskaźniki dynamiki, przyjmując za 100 analogiczny okres roku poprzedniego.

ZESTAWIENIE TEORII INFLACYJNYCH I ODPOWIADAJĄCYCH IM ZMIENNYCH

Teorie inflacyjne	Zmienne
Monetarystyczna	podaż pieniądza $M3$
Popytowa	sprzedaż detaliczna towarów według rodzajów działalności przedsiębiorstwa
Kosztowa	średnie wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw

Źródło: opracowanie własne.

Wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych

Nazywany również indeksem cen konsumenckich, jest najpopularniejszym wyznacznikiem inflacji. Popularność tego wskaźnika wynika głównie z tego, że opisuje on zmiany cen towarów i usług nabywanych przez większość społeczeństwa. Główną ideą jego budowy jest analiza cen ustalonego koszyka dóbr, który jest zarazem systemem wag dla poszczególnych składowych wskaźnika. W statystyce polskiej przyjęto coroczną aktualizację tego koszyka, odzwierciedlającą zmiany struktury spożycia konkretnych dóbr i usług przez konsumentów. Zabieg ten może utrudniać porównywanie ze sobą wskaźników inflacji w poszczególnych latach, ponieważ analizie podlegają wtedy ceny dla różnych koszyków dóbr. Na potrzeby badania dane o tej zmiennej pobrano z baz GUS w postaci miesięcznych indeksów, gdzie analogiczny okres roku poprzedniego=100.

Okres, z którego pochodziły dane wykorzystane w badaniu, to lata 2000—2013, co skutkuje wykorzystaniem 168 miesięcznych obserwacji dla każdej zmiennej. Tak dobrana długość szeregów czasowych pozwala na zapewnienie konkluzywności otrzymanych wyników, jak i na uchwycenie reakcji zmiennych na kryzys w gospodarce światowej z lat 2007—2009.

W dalszych rozważaniach przyjęto następujące oznaczenia:

- m — podaż pieniądza $M3$ (ceny bieżące) — dynamika (analogiczny okres roku poprzedniego=100),
- s — sprzedaż detaliczna towarów według rodzajów działalności przedsiębiorstwa (w cenach stałych) — dynamika (analogiczny okres roku poprzedniego=100),
- w — średnie wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw (ceny bieżące) — dynamika (analogiczny okres roku poprzedniego=100),
- π — wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych — dynamika (analogiczny okres roku poprzedniego=100).

W tabl. 1 przedstawiono charakterystykę zmiennych.

**TABL. 1. WARTOŚCI MIERNIKÓW STATYSTYCZNYCH WEDŁUG ZMIENNYCH
W OKRESIE STYCZEŃ 2000 R.—GRUDZIEŃ 2013 R.**

Wyszczególnienie	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>w</i>	π
Średnia	110,21	105,59	105,50	103,33
Minimum	98,10	82,60	100,00	100,20
Maksimum	120,30	127,70	118,50	111,60
Odchylenie standardowe	4,88	5,97	3,49	2,43
Kurtoza	2,45	4,28	4,35	5,12
Test normalności Jarque'a- -Bera	5,17 (<i>p-value</i> =0,08 ^a)	13,97 (<i>p-value</i> =0,00)	53,69 (<i>p-value</i> =0,00)	88,52 (<i>p-value</i> =0,00)

a *P-value* to graniczny poziom istotności, czyli prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju.

Źródło: opracowanie własne.

Spośród badanych zmiennych jedynie dynamika podaży pieniądza wykazywała cechy normalności rozkładu na poziomie istotności równym 0,05. Największą zmiennością charakteryzował się szereg dynamiki sprzedaży detalicznej, najmniejszą natomiast — indeks inflacji *CPI*. Wszystkie zmienne oprócz dynamiki cen miały charakter leptokurtyczny, co świadczy o większej koncentracji wokół średniej. Ich rozkład jest bardziej wysmukły w stosunku do rozkładu normalnego. Leptokurtyczność przejawia się również w występowaniu obserwacji bardzo małych lub bardzo dużych. Nieco większe rozproszenie w stosunku do rozkładu normalnego wykazywała tylko dynamika podaży pieniądza.

Opisane zmienne wykorzystano w dalszej analizie do stworzenia modeli ekonometrycznych.

METODOLOGIA BADANIA

Metoda VAR opiera się na trzech zasadniczych przesłankach, tj. na braku¹²:

- podziału na zmienne endo- i egzogeniczne,
- zerowych restrykcji nałożonych na parametry modelu,
- konieczności uwzględniania teorii ekonomicznej przy budowie modelu.

To właśnie ateoretyczność modelu VAR jest jedną z jego najbardziej charakterystycznych cech. Mimo że idea tych modeli była początkowo krytykowana¹³, uzyskują one dobre wyniki w:

- prognozowaniu,
- modelowaniu zależności,
- badaniu kointegracji,

¹² Szczegółowy opis konstrukcji VAR podaje Welfe (2009), s. 378—383.

¹³ Charemza, Deadman (1997), s. 151—153.

- analizie odpowiedzi na impuls,
- badaniu przyczynowości¹⁴.

Model VAR(p) dla k zmiennych (k równań) można przedstawić wzorem:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 \mathbf{d}_t + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \mathbf{y}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

gdzie:

$\mathbf{y}_t = [y_{1,t} \ y_{2,t} \dots y_{k,t}]^T$ — wektor zmiennych endogenicznych,

$\mathbf{d}_t$ — wektor zmiennych deterministycznych (w badaniu wektor ten zawierał wyraz wolny),

$\mathbf{A}_0$ — macierz parametrów przy zmiennych wektora $\mathbf{d}_t$ o wymiarach ($k \times k$),

$\mathbf{A}_i$ — macierz parametrów przy i -tym opóźnieniu wektora zmiennych modelu VAR o wymiarach ($k \times k$),

p — rząd opóźnień modelu odzwierciedlający maksymalną długość opóźnień zmiennych endogenicznych,

$\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_{1,t} \ \varepsilon_{2,t} \dots \varepsilon_{k,t}]^T$ — k -wymiarowy wektor (białosumowych) składników losowych.

Przykładowo, model VAR(1) dla dwóch zmiennych można zapisać jako (wykorzystane oznaczenia stosowane będą w dalszej części artykułu):

$$y_{1,t} = \alpha_{1,0} + \alpha_{1,1} y_{1,t-1} + \alpha_{1,2} y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$y_{2,t} = \alpha_{2,0} + \alpha_{2,1} y_{1,t-1} + \alpha_{2,2} y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t}$$

Modele wykorzystywane w badaniu uwzględniały zmienną deterministyczną w postaci wyrazu wolnego. Do estymacji parametrów modelu wektorowej autoregresji wykorzystano klasyczną metodę najmniejszych kwadratów (KMNK)¹⁵ dla każdego równania oddzielnie, ze względu na brak powiązań

¹⁴ Witkowska, Matuszewska, Kompa (2008), s. 140.

¹⁵ Zastosowanie klasycznej metody najmniejszych kwadratów może budzić wątpliwości, w przypadku gdy wykorzystane szeregi czasowe zawierają nietypowe wartości, takie jak na przykład zmiany strukturalne lub okresy kryzysu gospodarczego. Należy jednak zauważyć, że jedną z cech modeli VAR jest bardzo silne dopasowanie do danych, stąd silna reakcja prognoz VAR na nagłe zmiany struktury wykorzystanego szeregu czasowego będzie własnością pożądaną. Formalnie podejmowane są próby opracowywania estymatorów dedykowanych modelom VAR, które wykazują odporność na wartości nietypowe, jednakże w praktyce dominuje podejście oparte na estymatorze KMNK (Jonáš, 2009).

między bieżącymi zmiennymi endogenicznymi. W przypadku występowania powiązań między składnikami losowymi poszczególnych równań stosuje się uogólnioną metodę najmniejszych kwadratów (UMNK)¹⁶. Co do struktury wykorzystywanych danych należy dodać, że modele VAR w klasycznej postaci wykorzystywane są do analizy zmiennych stacjonarnych. W przypadku gdy mamy do czynienia ze zmiennymi niestacjonarnymi, często stosowane jest przekształcenie modelu VAR w wektorowy model korekty błędem (VECM)¹⁷ lub przekształcenie modelu wyjściowego w model na pierwszych przyrostach.

Z kolei predykcja na podstawie modelu VAR ma charakter mechaniczny. W pierwszym prognozowanym okresie wykorzystywane są oszacowania parametrów modelu oraz obserwacje zmiennych opóźnionych. W kolejnych okresach prognozowanie przebiega sekwencyjnie z wykorzystaniem sformułowanych już prognoz¹⁸.

Schemat badania i dobór opóźnień

W badaniu postanowiono wykorzystać trzy podokresy badawcze. Pierwszy z nich to pełny szereg czasowy — styczeń 2000 r.—grudzień 2013 r. Kolejne to odpowiednio skracane podszeregi — styczeń 2002 r.—grudzień 2013 r. i styczeń 2004 r.—grudzień 2013 r. Takie postępowanie pozwoliło stwierdzić, czy skracanie długości wykorzystanego szeregu czasowego ma znaczący wpływ na wybór najlepszego modelu prognostycznego. Należy dodać, że prognozy poza próbę (*out-of-sample*) przeprowadzono dla okresu weryfikacji 24 miesiące. Długość szeregu, na podstawie którego estymowano parametry, zwiększała się stopniowo (*recursive sample, expanding window*). Na tak przygotowanych szeregach czasowych szacowane były trzy modele główne. Każdy z nich łączył inflację *CPI* z jedną z trzech opisanych zmiennych odpowiadających teoriom powstawania inflacji. Dodatkowo oszacowano cztery modele „mieszane” stanowiące kombinację trzech zmiennych *s*, *m*, *w* i zmiennej π . Są to kolejno modele: $\{\pi, s, m\}$, $\{\pi, m, w\}$, $\{\pi, w, s\}$, $\{\pi, s, m, w\}$. W tabl. 2 zestawiono poszczególne modele w kontekście różnych długości szeregu czasowego i przypisane im opóźnienia modeli VAR. Wyboru opóźnień dokonano na podstawie bayesowskiego kryterium informacyjnego Schwartza (*SBIC*). Kryterium to jest preferowane z uwagi na fakt, że zawiera ono w swojej konstrukcji mechanizm najsilniej „karzący” za ilość szacowanych parametrów modelu. Jest to szczególnie pożądana właściwość w przypadku niewielkiej liczby obserwacji.

¹⁶ Osińska (2006), s. 219.

¹⁷ Witkowska, Matuszewska, Kompa (2008), s. 140.

¹⁸ Kusideł (2000), s. 29 i 30.

**TABL. 2. OPÓŹNIENIA WEDŁUG MODELI VAR
NA PODSTAWIE *SBIC***

Zmienne w modelach	2000—2013	2002—2013	2004—2013
πm	2	2	1
πs	2	2	2
πw	3	3	3
$\pi s m$	2	1	1
$\pi m w$	2	2	1
$\pi w s$	2	2	1
$\pi s m w$	1	1	1

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Jak wskazuje tabl. 2, różnica w doborze opóźnień występuje w najkrótszym szeregu czasowym i dotyczy modeli $\{\pi, m\}$, $\{\pi, m, w\}$ oraz $\{\pi, w, s\}$. Model $\{\pi, s, m\}$ jedynie dla najdłuższego szeregu wskazywał na konieczność użycia większej liczby opóźnień.

Aby przybliżyć czytelnikowi strukturę ostatecznych modeli, przedstawiono równania trzech głównych modeli, przyjmując opóźnienia odpowiadające najdłuższemu wykorzystanemu szeregowi czasowemu.

Teoria monetarystyczna

Zmienną dobraną do inflacji *CPI* jest w tym przypadku dynamika podaży pieniądza *M3*. Oto równania modelu VAR(2) dla tej teorii:

$$\pi_t = \alpha_{1,0} + \alpha_{1,1} \pi_{t-1} + \alpha_{1,2} \pi_{t-2} + \alpha_{1,3} m_{t-1} + \alpha_{1,4} m_{t-2} + \varepsilon_{1,t}$$

$$m_t = \alpha_{2,0} + \alpha_{2,1} \pi_{t-1} + \alpha_{2,2} \pi_{t-2} + \alpha_{2,3} m_{t-1} + \alpha_{2,4} m_{t-2} + \varepsilon_{2,t}$$

Teoria popytowa

Zmienną towarzyszącą inflacji *CPI* jest w tym modelu dynamika sprzedaży detalicznej towarów według rodzajów działalności przedsiębiorstwa. Teorię popytową zilustrowano za pomocą modelu VAR(2):

$$\pi_t = \alpha_{1,0} + \alpha_{1,1} \pi_{t-1} + \alpha_{1,2} \pi_{t-2} + \alpha_{1,3} s_{t-1} + \alpha_{1,4} s_{t-2} + \varepsilon_{1,t}$$

$$s_t = \alpha_{2,0} + \alpha_{2,1} \pi_{t-1} + \alpha_{2,2} \pi_{t-2} + \alpha_{2,3} s_{t-1} + \alpha_{2,4} s_{t-2} + \varepsilon_{2,t}$$

Teoria kosztowa

Zmienną wybraną do stworzenia modelu oprócz inflacji *CPI* jest dynamika średnich wynagrodzeń brutto w sektorze przedsiębiorstw. Dla tej teorii opracowano model VAR(3):

$$\pi_t = \alpha_{1,0} + \alpha_{1,1} \pi_{t-1} + \alpha_{1,2} \pi_{t-2} + \alpha_{1,3} \pi_{t-3} + \alpha_{1,4} w_{t-1} + \alpha_{1,5} w_{t-2} + \alpha_{1,6} w_{t-3} + \varepsilon_{1,t}$$

$$w_t = \alpha_{2,0} + \alpha_{2,1} \pi_{t-1} + \alpha_{2,2} \pi_{t-2} + \alpha_{2,3} \pi_{t-3} + \alpha_{2,4} w_{t-1} + \alpha_{2,5} w_{t-2} + \alpha_{2,6} w_{t-3} + \varepsilon_{2,t}$$

WYNIKI

Prognozy tworzone były dla trzech okresów wynoszących odpowiednio 1, 3 i 6 miesięcy. Weryfikację dokładności prognoz przeprowadzono na podstawie błędów prognoz *ex post* — *ME*, *MAE* i *RMSE*¹⁹.

Okres miesięczny

Wyniki błędów prognoz dla okresu miesięcznego zestawiono w tabl. 3.

**TABL. 3. OSZACOWANIA BŁĘDÓW PROGNOZ *EX POST*
DLA JEDNOMIESIĘCZNEGO OKRESU PROGNOZY**

Zmienne w modelach	2000—2013			2002—2013			2004—2013		
	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>
πm	0,08	0,32	0,38	0,09	0,33	0,39	0,18	0,34	0,41
πs	0,03	0,26	0,36	0,03	0,27	0,36	0,05	0,28	0,37
πw	0,04	0,29	0,37	0,06	0,30	0,38	0,08	0,31	0,39
$\pi s m$	0,04	0,24	0,33	0,06	0,26	0,34	0,11	0,28	0,36
$\pi m w$	0,04	0,30	0,38	0,05	0,31	0,39	0,15	0,33	0,40
$\pi w s$	0,03	0,27	0,36	0,03	0,27	0,37	0,08	0,27	0,35
$\pi s m w$	0,04	0,24	0,34	0,06	0,26	0,34	0,11	0,29	0,37

Źródło: jak przy tabl. 1.

Rozpatrując trzy główne modele (odpowiadające teoriom powstawania inflacji) można stwierdzić, że najlepsze własności prognostyczne miał model teorii

¹⁹ *ME* — średni błąd (*mean error*) definiowany jako średnia arytmetyczna odchyłeń wartości oszacowanych od wartości rzeczywistych; *MAE* — tzw. średni błąd absolutny (*mean absolute error*) różni się on od poprzednika tym, że jest średnią z wartości bezwzględnych różnic między wartościami oszacowanymi i rzeczywistymi; *RMSE* — pierwiastek średniego kwadratu błędu (*root mean square error*) powstaje poprzez podniesienie do kwadratu różnic i wyciągnięcie pierwiastka kwadratowego z otrzymanej średniej. Szczegóły konstrukcji tych błędów oraz inne miary dokładności prognoz podaje Welfe (2009), s. 245—251.

popytowej (model πs), najgorzej zaś prognozował model monetarystyczny uwzględniający inflację *CPI* oraz dynamikę podaży pieniądza *M3* (model πm). Wynik ten zaobserwować można w przypadku wszystkich trzech szeregów czasowych.

Uwzględnienie w porównaniu jakości prognoz dodatkowych czterech modeli „mieszanych” pozwoliło stwierdzić, że w przypadku okresu jednomiesięcznego najlepsze wyniki uzyskano na podstawie modelu uwzględniającego inflację *CPI*, dynamikę podaży pieniądza *M3* oraz dynamikę sprzedaży detalicznej (model $\pi s m$). Poza tym wyniki poszczególnych modeli nie różniły się znacząco. Na uwagę zasługuje fakt, że wraz ze skracaniem szeregu czasowego wyniki prognoz ulegały pogorszeniu. Jest to zgodne z intuicją badawczą sugerującą wykorzystywanie jak najdłuższych szeregów obserwacji. Dodatnie wartości błędu *ME* dla wszystkich szeregów czasowych wskazują na tendencję modeli do przeszacowywania prognoz (dodatnie obciążenie). Duża różnica pomiędzy wartościami błędów *ME* i *MAE* świadczy o różnokierunkowym charakterze błędów. Znaczy to, że niektóre prognozowane wartości były niższe od obserwacji empirycznych, a niektóre wyższe. Zależności te widoczne były we wszystkich okresach prognozy.

Okres trzymiesięczny

Dla okresu trzymiesięcznego oszacowane błędy prognoz przedstawia tabl. 4.

**TABL. 4. OSZACOWANIA BŁĘDÓW PROGNOZ *EX POST*
DLA TRZYMIESIĘCZNEGO OKRESU PROGNOZY**

Zmienne w modelach	2000—2013			2002—2013			2004—2013		
	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>
πm	0,36	0,61	0,69	0,34	0,61	0,70	0,51	0,67	0,83
πs	0,19	0,54	0,60	0,17	0,54	0,60	0,26	0,58	0,63
πw	0,14	0,50	0,58	0,20	0,54	0,62	0,31	0,57	0,67
$\pi s m$	0,22	0,53	0,61	0,28	0,56	0,64	0,40	0,63	0,74
$\pi m w$	0,20	0,53	0,63	0,23	0,56	0,66	0,43	0,63	0,80
$\pi w s$	0,19	0,54	0,60	0,18	0,54	0,61	0,33	0,60	0,68
$\pi s m w$	0,21	0,52	0,60	0,26	0,55	0,63	0,38	0,63	0,74

Źródło: jak przy tabl. 1.

W przypadku tego okresu, rozpatrując trzy główne modele prognostyczne stwierdzono, że również model zawierający stopę inflacji oraz sprzedaż detaliczną (model πs) prognozował najlepiej — z wyjątkiem przypadku najdłuższego szeregu czasowego, gdzie najlepszy wynik osiągnął model teorii kosztowej (model πw). Uwzględniając cztery modele „mieszane” trudno wyciągnąć jednoznaczne wnioski co do przewagi jednego wybranego modelu nad innymi, z uwagi na niewielkie różnice w wielkości błędów pomiędzy poszczególnymi

modelami. Jeżeli chodzi o model najgorzej prognozujący wskaźnik inflacji *CPI*, to jest to w okresie trzymiesięcznym model dedykowany monetarystycznej teorii powstawania inflacji (model πm). W trzymiesięcznym okresie prognozy również widoczny jest spadek dokładności prognoz wraz ze skracaniem szeregu czasowego wykorzystanego w badaniu. W stosunku do prognoz jednomiesięcznych zaobserwowano ogólny spadek dokładności przewidywań.

Okres sześciomiesięczny

Błędy oszacowane dla sześciomiesięcznego horyzontu prognozy przedstawia tabl. 5.

**TABL. 5. OSZACOWANIA BŁĘDÓW PROGNOZ *EX POST*
DLA SZEŚCIOMIESIĘCZNEGO OKRESU PROGNOZY**

Zmienne w modelach	2000—2013			2002—2013			2004—2013		
	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>	<i>ME</i>	<i>MAE</i>	<i>RMSE</i>
πm	0,57	0,81	1,11	0,49	0,88	1,11	0,86	0,92	1,34
πs	0,37	0,70	0,93	0,29	0,70	0,91	0,47	0,73	1,00
πw	0,14	0,69	0,84	0,23	0,74	0,92	0,43	0,81	1,01
$\pi s m$	0,45	0,72	0,99	0,53	0,72	1,04	0,75	0,82	1,22
$\pi m w$	0,29	0,72	0,92	0,29	0,80	0,99	0,75	0,86	1,24
$\pi w s$	0,30	0,67	0,89	0,25	0,68	0,90	0,62	0,76	1,10
$\pi s m w$	0,40	0,69	0,95	0,48	0,70	1,01	0,71	0,80	1,18

Źródło: jak przy tabl. 1.

Biorąc pod uwagę jedynie trzy główne modele prognostyczne, w przypadku okresu sześciomiesięcznego nieznaczną przewagę uzyskał model popytowy (model πs). Przewaga ta była widoczna wszakże jedynie w dwóch krótszych podszeregach. Dla najdłuższego szeregu czasowego jednoznaczną przewagę wykazywał model kosztowy (model πw). Włączając do analizy modele „mieszane” nie stwierdzono jednoznacznej przewagi żadnego z dołączonych modeli nad modelem kosztowym lub popytowym. W większości przypadków również obserwowano efekt pogarszania się dokładności prognoz w miarę zmniejszania się długości wykorzystanego szeregu czasowego. Najmniej dokładny z modeli ponownie okazał się model odpowiadający monetarystycznej teorii powstawania inflacji (model πm).

Podsumowanie

Celem badania jest sprawdzenie możliwości prognozowania inflacji *CPI* w Polsce z wykorzystaniem modeli VAR z różnymi zestawami zmiennych, na jeden, trzy i sześć miesięcy. Zmienne te były dobrane tak, aby odpowiadały konkretnym teoriom powstawania inflacji. Ponadto zbadano odporność otrzymanych wyników na zmianę długości wykorzystywanego szeregu czasowego.

Wyniki otrzymane na podstawie trzech głównych modeli wskazały na najlepsze własności prognostyczne modelu teorii popytowej (model uwzględniający stopę inflacji oraz dynamikę sprzedaży detalicznej). Jedynie w przypadku uwzględnienia najdłuższego szeregu czasowego w okresie sześciomiesięcznym model popytowy ustąpił modelowi kosztowemu (model zawierający stopę inflacji oraz dynamikę średnich wynagrodzeń w sektorze przedsiębiorstw). Jednocześnie najgorsze wyniki prognostyczne otrzymano na podstawie modelu monetarystycznego (zawierającego stopę inflacji oraz dynamikę podaży pieniądza $M3$).

Badanie pokazało, że wraz ze skracaniem długości szeregu czasowego danych modele VAR traciły dokładność (zwiększały się błędy prognoz *ex post*). Ponadto wraz z wydłużaniem okresu prognozy dokładność wyników spadała. W znacznej większości przypadków zwiększenie okresu prognozy, jak i zmiana długości wykorzystanego szeregu czasowego nie miały wpływu na ostateczne wnioski co do przewagi jednych modeli nad innymi. Świadczy to o stabilności otrzymanych wyników.

Warto wspomnieć, że kwestię podobną do opisywanej (krótkoterminowe prognozy inflacji dla Polski z wykorzystaniem różnych zestawów zmiennych) rozważał m.in. G. Szafrński (2011). Pośród wielu zmiennych wykorzystał on również podaż pieniądza do konstrukcji swoich modeli. Pomijając różnice w zastosowanych metodologiach, jego wyniki wykazały duże wartości błędów dla zmiennej agregatowej uwzględniającej podaż pieniądza, co potwierdzają wyniki otrzymane w badaniu. Niemniej jednak na tej podstawie nie możemy wyciągać daleko idących wniosków na temat zasadności stosowania zmiennej „podaż pieniądza” w prognozowaniu inflacji, ponieważ zakres badań oraz wykorzystywane metody i modele ekonometryczne są diametralnie różne.

mgr Szymon Wójcik — Uniwersytet Łódzki

LITERATURA

- Baranowski P., Leszczyńska A. (2011), *Prognozowanie inflacji w oparciu o hybrydową krzywą Phillipsa dla gospodarki zamkniętej i małej gospodarki otwartej*, „Materiały i Studia”, wyd. NBP, Warszawa
- Baranowski P., Mazurek M., Nowakowski M., Raczek M. (2010), *Czy dezagregacja indeksu cen poprawia prognozy polskiej inflacji?*, „Przegląd Statystyczny”, Zeszyt 1/2010, t. 57, Toruń
- Begg D., Fischer S., Dornbusch R. (2007), *Makroekonomia*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa
- Charemza W., Deadman D. (1997), *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa
- Friedman M. (1963), *Inflation: Causes and Consequences*, „Dollars and Deficits”, Prentice-Hall
- Jonáš P. (2009), *Robust Estimation of the VAR Model*, „WDS'09 Proceedings of Contributed Papers”, Part I
- Kołodko G. W. (1987), *Polska w świecie inflacji*, Książka i Wiedza, Warszawa

- Kusideł E. (2000), *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR — metodologia i zastosowania*, Absolwent, Łódź
- Kwiatkowski E. (2005), *Inflacja*, [w:] Milewski R., Kwiatkowski E. (red.), *Podstawy ekonomii*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa
- Osińska M. (2006), *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa
- Pollok A. (2000), *Inflacja w teorii ekonomii*, Akademia Ekonomiczna w Krakowie
- Przybylska-Mazur A. (2013), *Metody prognozowania inflacji a decyzje polityki pieniężnej*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
- Szafrński G. (2011), *Krótkoterminowe prognozy polskiej inflacji w oparciu o wskaźniki wyprzedzające*, „Materiały i Studia”, nr 263, Warszawa
- Welfe A. (1993), *Inflacja i rynek*, PWE, Warszawa
- Welfe A. (2009), *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, PWE, Warszawa
- Witkowska D., Matuszewska A., Kompa K. (2008), *Wprowadzenie do ekonometrii dynamicznej i finansowej*, SGGW, Warszawa
- Zatrudnienie i wynagrodzenia w gospodarce narodowej w I—III kwartale 2011 r. (2011), GUS

SUMMARY

The article presents a usage of vector autoregressive models in forecasting polish consumer price index. Macroeconomic variables used in this paper are considered to reflect particular economic theories describing causes of inflation. Out-of-sample methodology was used in forecasting process. Accuracy of results was diagnosed by using ex post forecasting errors.

РЕЗЮМЕ

В статье были использованы модели векторной авторегрессии для прогнозирования месячного показателя потребительских цен в Польше. Выбор используемых макроэкономических переменных соответствовал трем теориям формирования инфляции: монетаристской, кейнсианской (курсовой) и издержек. В прогнозировании была использована концепция вне выборки (out-of-sample), а качество результатов было обследовано с использованием ошибок прогноз ex post.